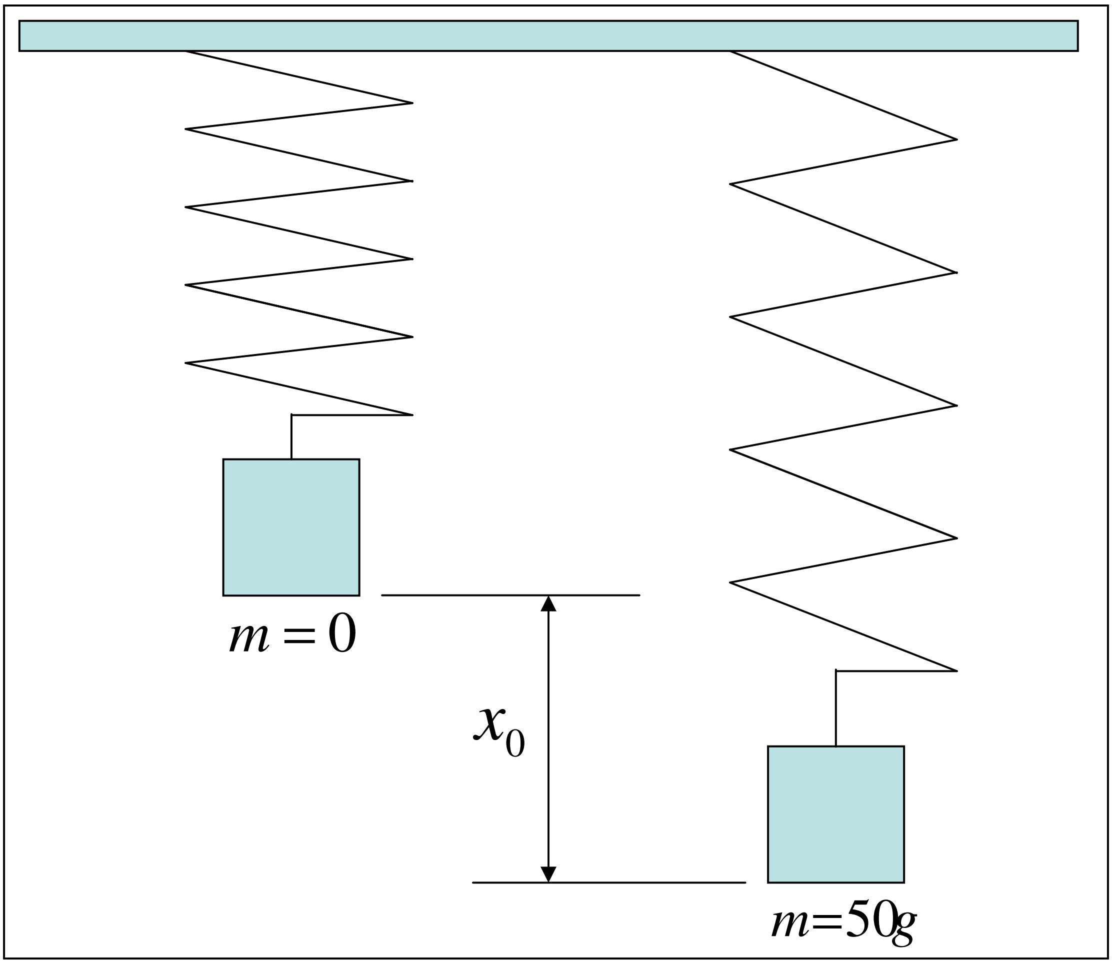
SW 6)

Eine vertikal aufgehängte Schraubenfeder wird durch eine aufgehängte Masse m = 50 g um x0 = 20 cm gedehnt. Dann wird das Federpendel zum Schwingen gebracht.

Wie groß ist seine Schwingungszeit T?
Wie verändert sich die Schwingungszeit, wenn man die eingehängte Masse verdoppelt? (Die Masse der Feder soll vernachlässigt werden.)

| | | |
|---|---|---|
| Gegeben: | Auslenkung | $X_0$ = 0,2 m |
| | Masse | m = 50 g |



a)

Schwingungsdauer T:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$$

Schwingungsgleichung :

$$\underbrace{m \cdot x''(t)}_{\text{Beschleunigung}} + \underbrace{D \cdot x(t)}_{\text{ausgeübte Kraft}} = 0$$

$$x(t) = x_0 \cdot \sin(\omega t)$$

1. Ableitung:

$$x'(t) = \omega \cdot x_0 \cdot \cos(\omega t)$$

2. Ableitung:

$$x''(t) = \omega^2 \cdot x_0 \cdot \sin(\omega t)$$

$$x''(t) = -\omega^2 \cdot x(t)$$

$$m \cdot x(t) \cdot \omega^2 = D \cdot x(t)$$

Ergibt umgestellt die Gleichung der Kreisfrequenz:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{2 \cdot m}}$$

Federkonstante D:

$$D = \frac{m \cdot g}{x_0}$$

Die Federkonstante D in die Gleichung der Kennkreisfrequenz eingesetzt:

$$\omega = \sqrt{\frac{m \cdot g}{x_0 \cdot m}}$$ m kann herausgekürzt werden

Die Kennkreisfrequenz in die Gleichung der Schwingungsdauer eingesetzt:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{\frac{g}{x_0}}} \quad \Longrightarrow \quad T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{x_0}{g}}$$

Ergebnis:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}2 \cdot m \cdot s^2}{9{,}81 \cdot m}} = \underline{\underline{0{,}897 s}}$$

b)

Schwingungsdauer T bei verdoppelter Masse ( m = 100 g ) :

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{2 \cdot m}}$$

$$D = \frac{2 \cdot m \cdot g}{2 \cdot x_0}$$

Die Federkonstante D wird wieder in die Gleichung der Kennkreisfrequenz eingesetzt und ergibt:

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g}{2 \cdot m \cdot 2 \cdot x_0}}$$

Die Kennkreisfrequenz wird wieder in die Gleichung der Schwingungsdauer eingesetzt und ergibt:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot x_0}{g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}2 \cdot m \cdot s^2}{9.81 \cdot m}}$$

$$T = \underline{\underline{1{,}269 s}}$$

Schlussfolgerung:

Die Schwingungszeit T wird um 0,372 s größer. Der Faktor um den sich die Schwingungszeit verlängert, kann bestimmt werden mit:

$$\left| \left( 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{x_0}{g}} \right) - \left( 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot x_0}{g}} \right) \right| = \underline{\underline{\sqrt{2}}}$$